



## **Cálculo de superfícies de tendência, por regressão polinomial, pelo SURFER<sup>®</sup> 6**

**PAULO M. BARBOSA LANDIM**

Professor Voluntário do Depto. Geologia Aplicada  
UNESP/Rio Claro

**ALESSANDRA CRISTINA CORSI**

Doutoranda em “Geociências e Meio Ambiente”  
UNESP/Rio Claro

UNESP/campus de Rio Claro  
Departamento de Geologia Aplicada - IGCE  
Laboratório de Geomatématica  
Texto Didático 05  
2001

*Reprodução autorizada desde que citada a fonte*

*Norma 6023-2000/ABNT ( <http://www.abnt.org.br>):*

*LANDIM, P.M.B. & CORSI, A.C. Cálculo de superfícies de tendência, por regressão polinomial, pelo SURFER 6. DGA,IGCE,UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatématica,Texto Didático 05, 11 pp. 2001. Disponível em <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>.*

*Acesso em:....*

- **SUPERFÍCIE DE TENDÊNCIA POR REGRESSÃO POLINOMIAL**

- método pelo qual uma superfície contínua é ajustada, por critérios de regressão por mínimos quadrados, aos valores de  $Z_i$  como uma função linear das coordenadas X-Y dos pontos amostrados e irregularmente distribuídos
- a equação matemática utilizada para o ajuste da superfície baseia-se nos polinômios não-ortogonais
- o ajuste é incrementado pela adição de termos adicionais (ordens) à equação polinomial
- após o ajuste da superfície aos dados amostrados, segundo o grau desejado, os valores de  $Z^*_i$  para os nós da grade são calculados
- após a solução das equações, com a determinação dos coeficientes, as mesmas são utilizadas para o cálculo de  $Z^*$  para qualquer valor de X-Y, no caso a localização dos nós das células da grade
- se necessário, é possível calcular os resíduos entre a superfície gerada e os valores originais.
- podem ser obtidos contornos muito suaves em superfícies de alto grau e as isolinhas podem não ser fiéis aos dados originais
- técnica é adequada para "remoção" de tendências e destaque de resíduos.
- alguns artefatos indesejados podem ser gerados nas bordas e no interior do mapa quando houver áreas sem dados amostrados e com a utilização de ordens polinomiais elevadas.
- cuidados devem ser tomados quando da aplicação da análise de tendência:
  - procurar tecer considerações apenas em relação à área coberta pelos pontos evitando as extremidades dos mapas;
  - o número de pontos deve ser maior que o número de coeficientes do polinômio a ser calculado;
  - o arranjo dos pontos, ainda que irregular, deve ser casual e razoavelmente bem distribuído, evitando agrupamentos;
  - quando da inversão da matriz, por programas em microcomputador, podem ocorrer problemas com os resultados obtidos para superfícies de mais alto grau; isso porque em sistemas com valores de diversos dígitos, tipo UTM, a precisão computacional se deteriora exigindo *palavras* de dupla precisão; mesmo assim pode ocorrer limitações e, então, a solução é a transformação das coordenadas  $x_i$  e  $y_i$  conforme as equações, que fornecem valores para as coordenadas entre 0 e 1 e não modifica a forma das superfícies:

$$x^* = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$

$$y^* = \frac{y_i - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}$$

- **Equações polinomiais**

Superfície de primeira ordem:  $Z^* = a + bX + cY$

Superfície de segunda ordem:  $Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2$

Superfície de terceira ordem:  $Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2 + gX^3 + hX^2Y + iXY^2 + jY^3$

Superfície de quarta ordem:  $Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2 + gX^3 + hX^2Y + iXY^2 + jY^3 + kX^4 + lX^3Y + mX^2Y^2 + nXY^3 + oY^4$

onde:

$Z^*$  = valor estimado de  $Z^*_i$  para o nó da célula (variável dependente)

X e Y = coordenadas  $X_i$  e  $Y_i$  (variáveis independentes)

a...o = coeficientes que proporcionam o melhor ajuste aos dados amostrados.

- **Ajuste das superfícies de tendência aos dados observados**

Computadas a soma de quadrados da variável dependente, a soma de quadrados devido à superfície polinomial e a soma de quadrados dos resíduos, pode-se obter uma indicação da validade da superfície de tendência utilizando análise de variância:

variação total dos dados:  $SQT = \sum Z_i^2 - [\sum Z_i]^2/n$

variação dos dados devido à superfície calculada:  $SQP = \sum Z_i^{*2} - [\sum Z_i^*]^2/n$

variação devido aos resíduos =  $SQR = SQT - SQP$

porcentagem de ajuste da superfície = coeficiente de determinação =  $R^2$

$R^2 = ( SQP / SQT ) 100\%$

Fontes de variação	SQ	g.l.	MQ	F
Regressão polinomial	$SQP$	$m$	$MSP$	$\frac{MSP}{MSR}$
Resíduos	$SQR$	$n - m - 1$	$MSR$	
T o t a l	$SQT$	$n - 1$		

$m$  = número de coeficientes da equação polinomial, não contando o termo  $a_0$ .

$n$  = número de observações

$H_0$  = não ocorre ajuste significativo da superfície aos dados.

$H_1$  = ocorre ajuste significativo da superfície calculada aos dados.

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uma única superfície é gerada.</li> <li>• fácil definição de parâmetros.</li> <li>• a mesma superfície é gerada mesmo com mudança na orientação da grade.</li> <li>• tempo para cálculo de superfícies de baixa ordem é baixo.</li> <li>• contempla tanto as tendências regionais quanto anomalias locais.</li> <li>• estima valores acima e abaixo dos amostrados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• extrapola valores de Z para além dos limites da área amostrada.</li> <li>• anomalias locais não são vistas em mapas de superfícies de baixa ordem, porém podem ser destacadas em mapas para os resíduos.</li> <li>• utilização torna-se facilmente abusiva: a tentativa de especificar um ajuste de uma superfície de alta ordem pode ser maior do que o bom senso quanto ao resultado</li> <li>• a quantidade de RAM necessária aumenta exponencialmente com o aumento da ordem do polinômio.</li> </ul>
<b>Quando usar</b>	<b>Quando não usar</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• número adequado de pontos amostrados estiver disponível, sempre maior que o número de coeficientes da equação: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ordem=1, coeficientes=2, pontos <math>\geq 3</math></li> <li>• Ordem=2, coeficientes=5, pontos <math>\geq 5</math></li> </ul> </li> <li>• dados forem regularmente distribuídos.</li> <li>• como um "pré-processamento", para remover a tendência regional antes de "krigar" ou estimar por IQD.</li> <li>• "gerar" novos dados em áreas com dados esparsos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• poucos dados, com distribuição irregular ou para uma superfície real com alta variabilidade local</li> <li>• pontos amostrados em <i>clusters</i> e valores de Z altamente variáveis.</li> <li>• superfície for descontínua por falhas ou inconformidades.</li> <li>• amplitude da superfície variar drasticamente ou erráticamente: anomalias locais de grande variação.</li> </ul>

- **EXEMPLO**

O arquivo de dados para este exemplo foi retirado do arquivo *example.dat*, que acompanha o programa GeoEas, para a variável “cadmio”.

X	Y	Cd
288	311	11.5
285.6	288	8.5
273.6	269	7
280.8	249	10.7
273.6	231	11.2
276	206	11.6
285.6	182	7.2
288	164	5.7
292.8	137	5.2
278.4	119	7.2
360	315	3.9
355.2	291	9.5
367.2	272	8.9
367.2	250	11.5
352.8	226	10.7
350.4	203	8.3
369.6	180	6.1
369.6	165	6.7
357.6	139	6.2
355.2	118	0
434.4	312	5.5
451.2	295	4
448.8	268	7
432	252	5.3
441.6	228	11.6
441.6	204	9
444	182	14.5
441.6	160	12.1
432	140	0.9
444	119	0
254.4	172	3.2
254.4	128	1.2
254.4	299	1.7
333.6	301	1.2
333.6	271	7.6
333.6	194	11.6
333.6	163	8.7
412.8	285	5.8
254.4	257	3.8
412.8	172	10.4
412.8	150	10
492	282	7.1
492	249	4.4
492	315	10.4
492	150	1.6
444	190	15
436.8	240	3.4
360	195	6.8
345.6	210	10.8
254.4	216	14.9
280.8	216	9.9
307.2	216	11.6
333.6	216	6.5
360	216	10.1
386.4	216	11.8
412.8	216	11
439.2	216	16.7
465.6	216	11.6
492	216	6.9
345.6	216	9.9

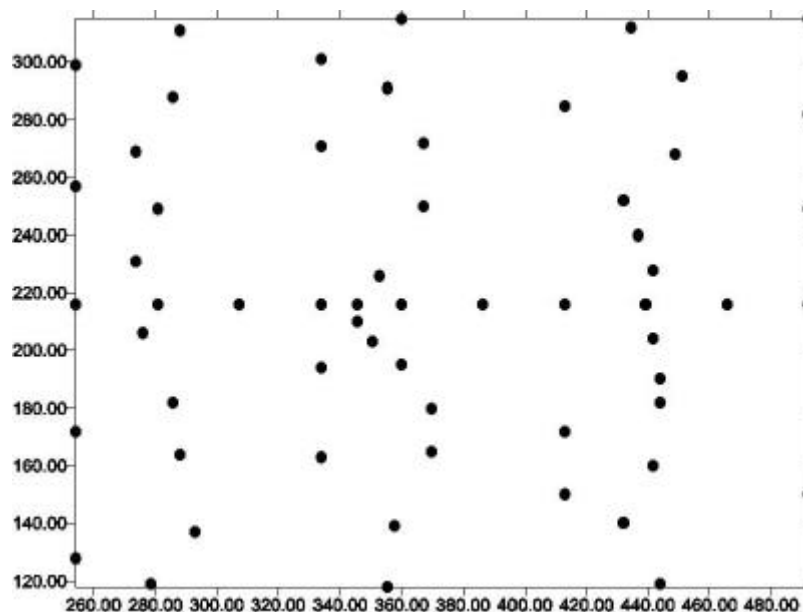
- **Gravação de dados:**

Entrar em “File/New/Worksheet” para iniciar a gravação da planilha de dados. Por definição os valores da coordenada X devem ser gravados na primeira coluna e os valores da coordenada Y na segunda. A variável Z (ou variáveis  $Z_1, Z_2 \dots$ ) serão gravadas a partir da terceira coluna, lembrando que o método somente pode ser aplicado à uma variável por vez. O arquivo será do tipo ASCII Files ( \*.dat)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	X	Y	Od								
2	288	311	11.5								
3	285.6	288	8.5								
4	273.6	269	7								
5	280.8	249	10.7								
6	273.6	231	11.2								
7	276	206	11.6								
8	285.6	182	7.2								
9	288	164	5.7								
10	292.8	137	5.2								
11	278.4	119	7.2								
12	360	315	-3.9								
13	355.2	291	9.5								
14	367.2	272	8.9								
15	367.2	258	11.5								
16	352.8	226	10.7								
17	350.4	203	8.3								
18	369.6	188	6.1								
19	369.6	165	6.7								
20	357.6	139	6.2								
21	355.2	118	0								
22	434.4	312	5.5								
23	451.2	295	4								
24	448.8	268	7								
25	432	252	5.3								

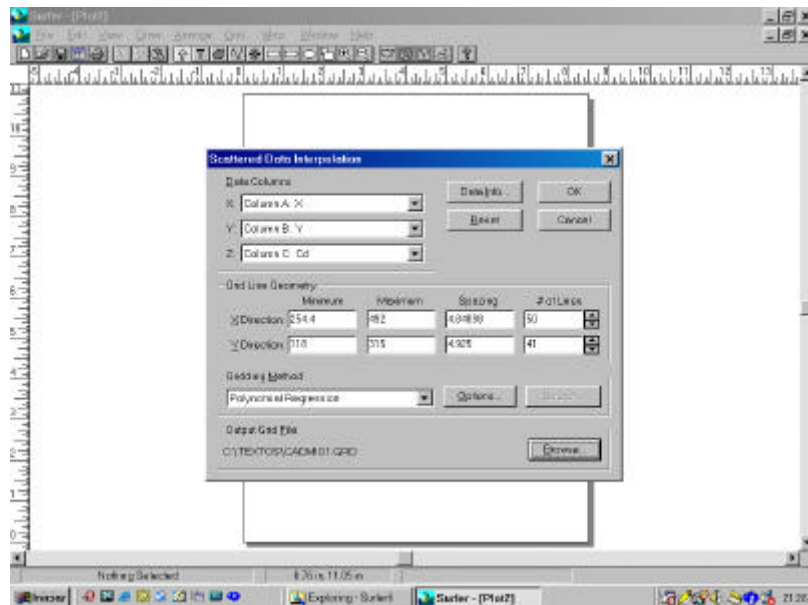
- **Distribuição dos pontos**

Para verificar a distribuição dos pontos entrar em “Map/Post” ou “Map/Classed Post” e escolher o arquivo \*.dat. Os pontos poderão vir acompanhados dos respectivos valores (Label) ou não.



- **Cálculo da superfície**

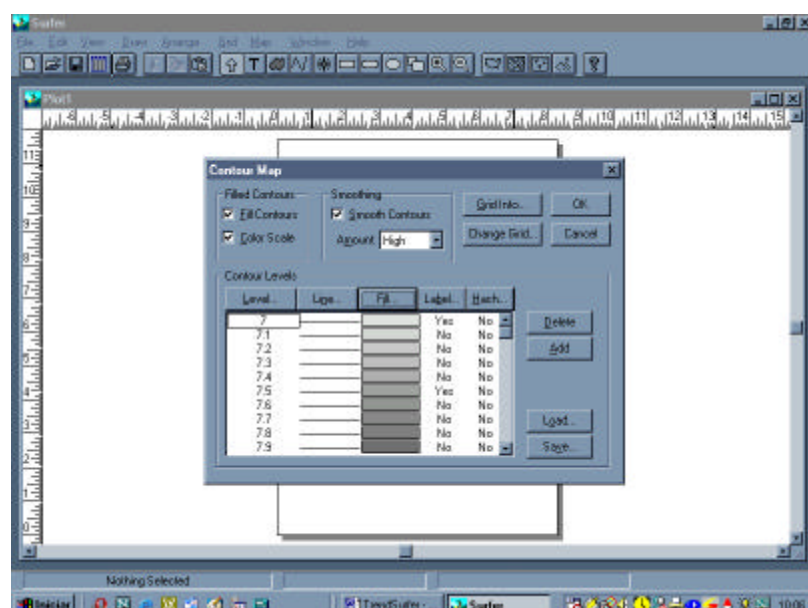
Para o cálculo da superfície entrar em “Grid/Data” e, em seguida, escolher a opção “Gridding Method: Polynomial Regression” e em “Options” o grau da superfície desejada. Caso queira gravar o arquivo com os valores do reticulado com um nome especial, faça-lo usando “Browse”



- **Impressão da superfície**

Entrar em “Map/Contour” e escolher o arquivo \*.grd. Em seguida, na janela “Contour Map” decidir sobre “Fill Contours”, “Color Scale”, “Smoothing”, “Level”, “Fill” e “Label”.

O resultado sera um arquivo \*.srf, que poderá ser gravado e impresso



- **Cálculo e impressão do Mapa de resíduos**

Entrar em “*Grid/Residuals*” e escolher o arquivo “\*.grid” e, em seguida, o correspondente arquivo “\*.dat”. Na janela “*Grid Residuals*” aparecerá a informação “*Store residuals in column [ ]*”. Abrir a janela “*Worksheet*” e regravar o arquivo “\*.dat”, agora com os valores residuais calculados. Abrir a janela “*Plot*”, e em seguida “*Grid*”.

Na janela “*Gridding method*” escolher em “*Data Columns*” como variável Z, a coluna com os valores residuais e em “*Gridding Method*” um algoritmo para a confecção do mapa de valores residuais. Neste exemplo foi escolhido “*Minimum Curvature*”.

Para a impressão do mapa de resíduos seguir os mesmos passos anteriormente descritos em “*Impressão da superfície*”.

## **BIBLIOGRAFIA**

Krajewski, S.A. & Gibbs, B.L. (1966) – Understanding Contouring: A practical Guide to Spatial Estimation and Contouring Using a Computer and Basics of Using Variograms: Gibbs Associates

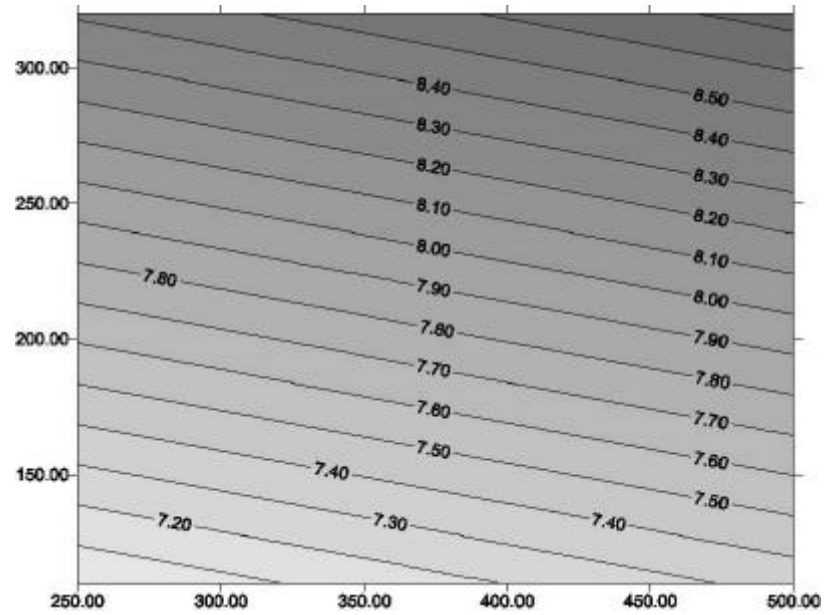
Landim, P.M.B. (1998) – Análise Estatística de Dados Geológicos: Editora Unesp

Masson, M.R. & Czajkowski, S. (1999) – Métodos de interpolação para modelagem de superfícies: Seminário em “Geociências e Meio Ambiente”, PósGraduação em Geociências, I.G.C.E., Unesp, Rio Claro

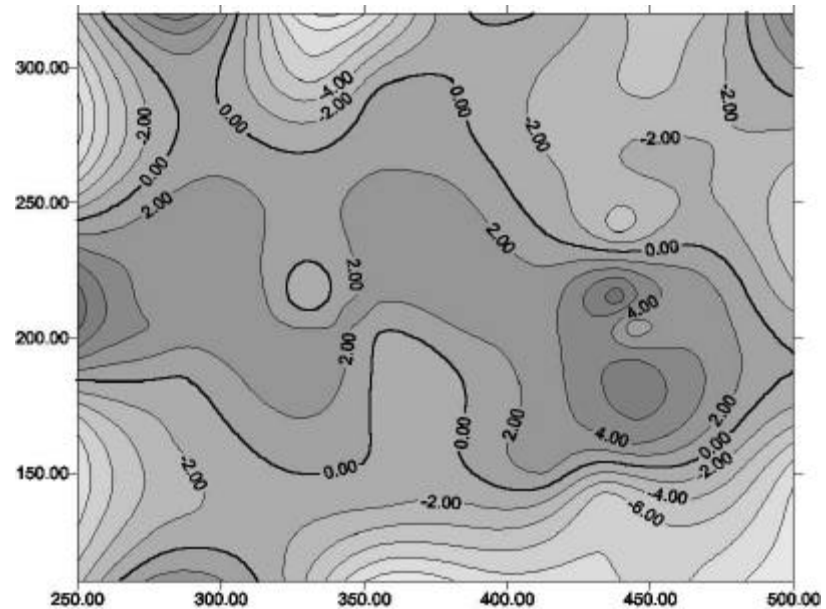
Surfer 6.0 (1995) – User’s guide. Contouring and 3D Surface Mapping for Scientists and Engineers: Golden Software, Inc.

USEPA – United States Environmental Protection Agency. GEO-EAS, version 1.2.1. [ s.l.]: USEPA, 1991. Conjunto de programas, disponível em <<http://www.sph.umich.edu/~aelon/geoeas/>> em 06 fev. 2002.

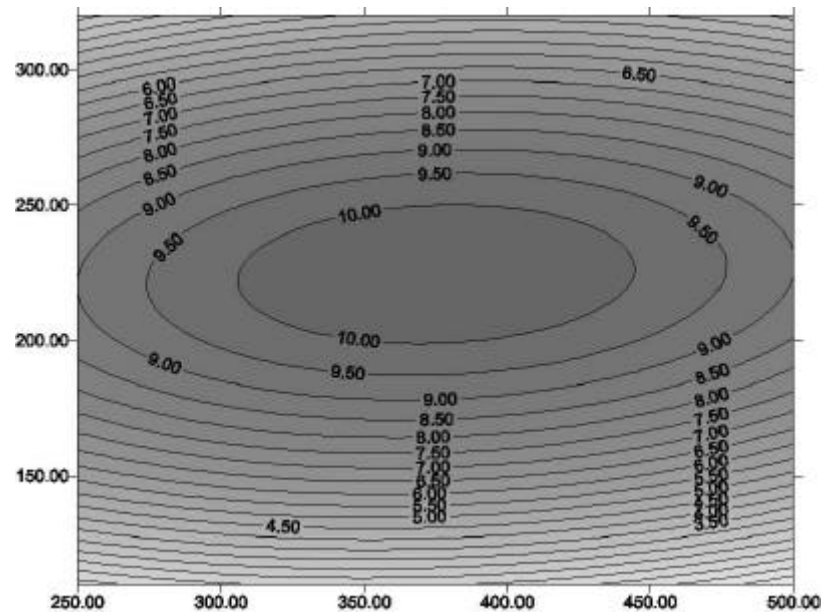




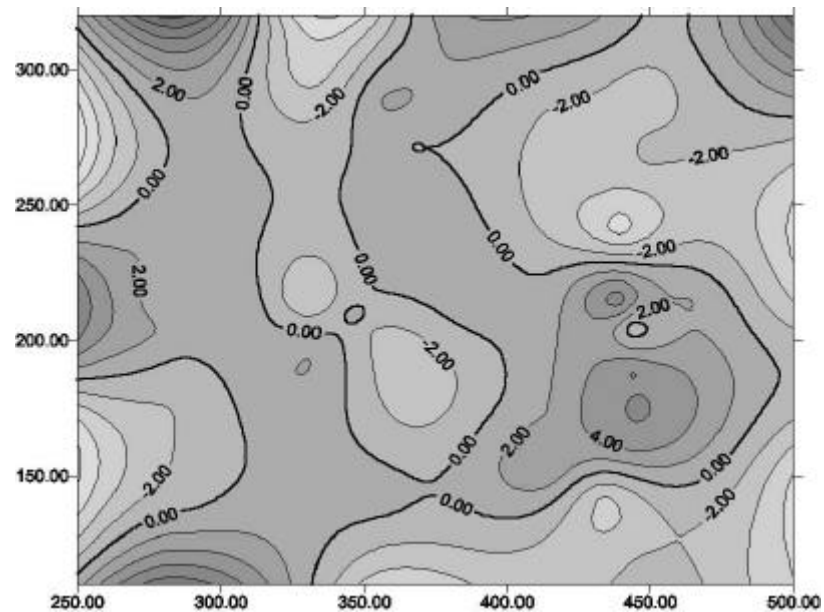
- Superfície de 1º grau, calculada pelo algoritmo “regressão polinomial”
- Equação da superfície, gravada no “bloco de notas”:  $z(x,y) = 5.94059 + 0.00671035y + 0.00131154x$
- $R^2 = 0,009737$  (calculado pela função “RQUAD” existente no Excel/estatística)



- Mapa de resíduos referentes à superfície de grau 1, calculado pelo algoritmo “curvatura mínima”



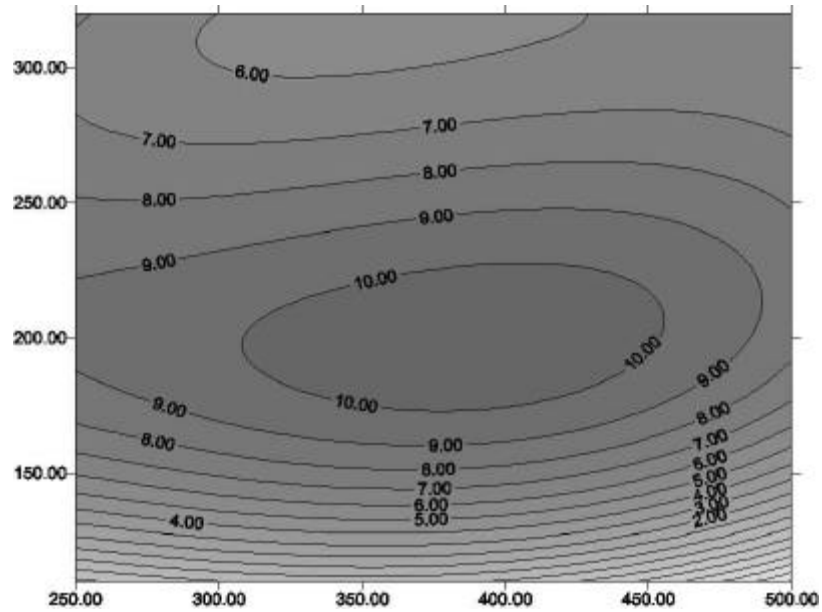
- Superfície de 2º grau, calculada pelo algoritmo “regressão polinomial”
- Equação da superfície, gravada no “bloco de notas”:  $z(x,y) = -32.9993 + 0.287639y + -0.000677274y^2 + 0.0595063x + 4.3638e-005xy + -9.23639e-005x^2$
- $R^2 = 0,333646$  (calculado pela função “RQUAD” existente no Excel/estatística)



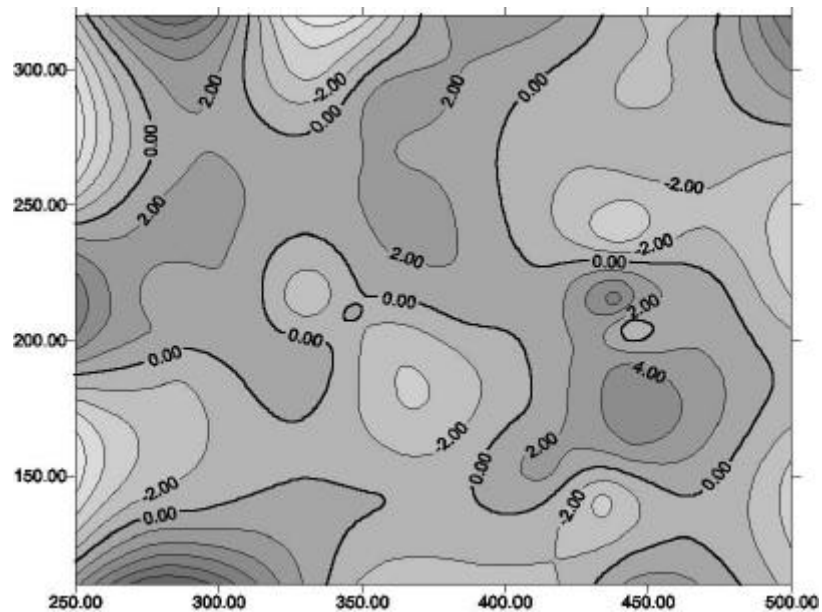
- Mapa de resíduos referentes à superfície de grau 2, calculado pelo algoritmo “curvatura mínima”

## **SUGESTÕES**

Dúvidas, questões, sugestões, etc. sobre o texto deverão ser encaminhadas para o endereço [plandim@rc.unesp.br](mailto:plandim@rc.unesp.br), as quais serão sempre bem recebidas.



- Superfície de 3º grau, calculada pelo algoritmo “regressão polinomial”
- Equação da superfície, gravada no “bloco de notas”:  $z(x,y) = -85.943 + 1.08613y + -0.00393305y^2 + 5.49438e-006y^3 + 0.0630072x + -0.000699097xy + -8.66794e-007xy^2 + 0.000123355x^2 + 1.52758e-006x^2y + -4.88373e-007x^3$
- $R^2 = 0,390644$  (calculado pela função “RQUAD” existente no Excel/estatística)



- Mapa de resíduos referentes à superfície de grau 3, calculado pelo algoritmo “curvatura mínima”