ANÁLISE ESPACIAL DE DADOS

1. **Modelagem da variabilidade espacial de dados por superfícies e procedimentos de interpolação:**

- **Modelos determinísticos com efeitos locais: inverso do quadrado da distância**

$$\hat{z}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij} z_j}{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}}$$

- **Modelos determinísticos com efeitos globais: superfícies de tendência por regressão polinomial**

$$z_i(X,Y) = b_0 + b_1 x_i + b_2 y_i + b_3 x_i^2 + b_4 x_i y_i + b_5 y_i^2 + \ldots.. + e_i$$

- **Modelos estatísticos com efeitos locais e globais: krigagem**
  cada ponto da superfície é estimado a partir da interpolação das amostras mais próximas, utilizando um estimador estatístico baseado no variograma

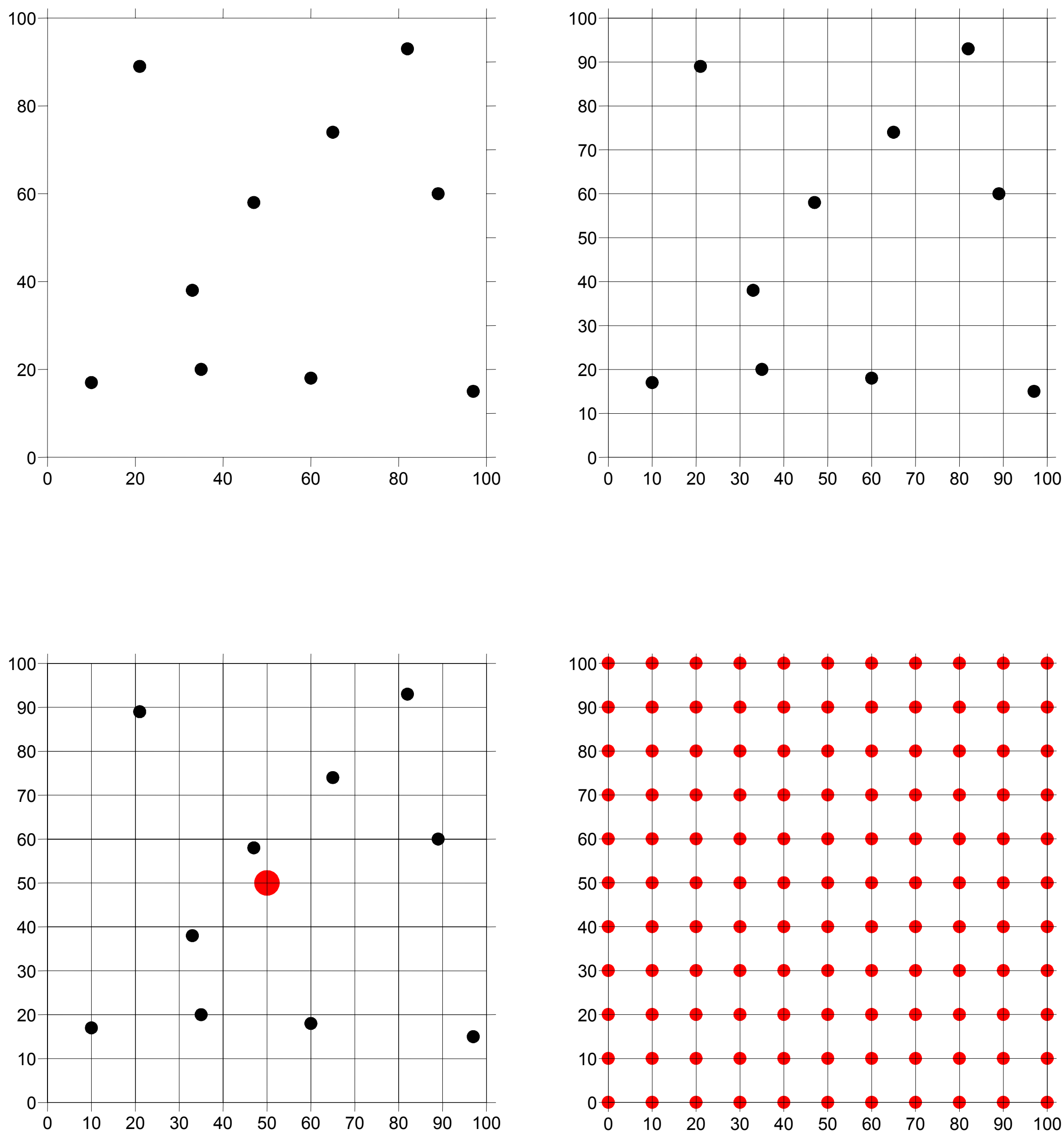
2. **Reticulado: fornecidos "n" valores conhecidos, regularmente distribuídos ou não, Z1, Z2,........., Zn,**
   o valor a ser interpolado para qualquer nó do reticulado será igual a

$$G_j = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} Z_i$$

G_j: valor estimado para o nó j
n: número de pontos usados para a interpolação
Z_i: valor estimador no ponto 'i' com valor conhecido
W_{ij}: peso associado ao valor estimador "i"

3. **Diferenças entre métodos: de que modo os fatores de ponderação são calculados e aplicados durante a reticulagem.**

Estimativa do reticulado



INVERSO DO QUADRADO DA DISTÂNCIA (IQD)

Ponto	X	Y	U_3O_8	Distância	1/D	$(1/D)^2$
A	4.150	2.340	?	00.00		
1	4.170	2.332	400	21.54	0.0464	0.0021
2	4.200	2.340	380	48.47	0.0206	0.0004
3	4.160	2.370	450	29.08	0.0344	0.0012
4	4.150	2.310	280	28.00	0.0357	0.0013
5	4.080	2.340	320	66.77	0.0150	0.0002

$$A = \frac{(0.0464 \times 400) + (0.0206 \times 380) + (0.0344 \times 450) + (0.0357 \times 280) + (0.0150 \times 320)}{0.0464 + 0.0206 + 0.0344 + 0.0357 + 0.0150}$$

$$A = \frac{18.56 + 7.83 + 15.48 + 10.00 + 4.80}{0.1521} = \frac{56{,}67}{0.1521}$$

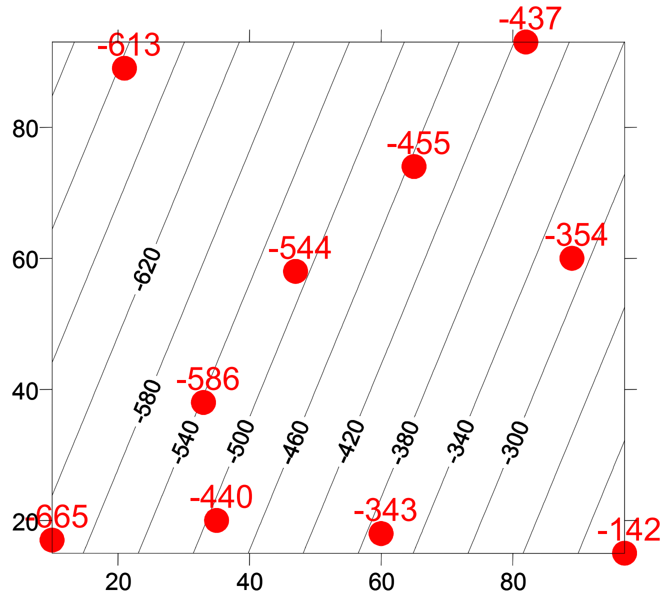
A = 372.58

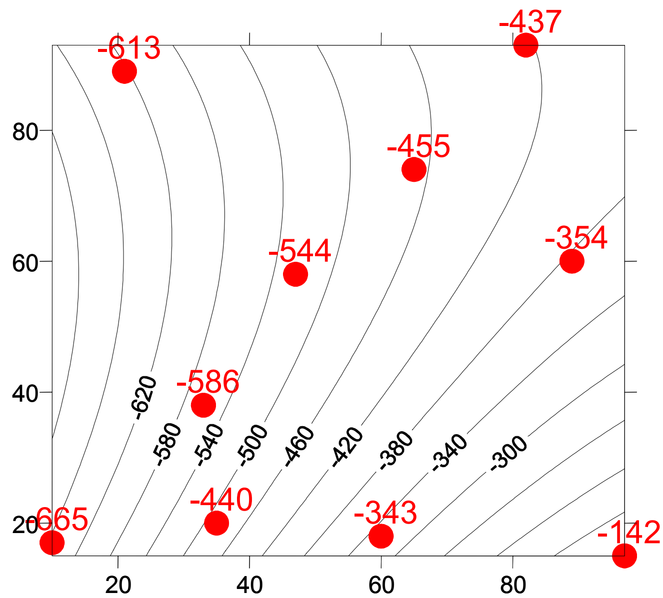
$$A = \frac{(0.0021 \times 400) + (0.0004 \times 380) + (0.0012 \times 450) + (0.0013 \times 280) + (0.0002 \times 320)}{0.0021 + 0.0004 + 0.0012 + 0.0013 + 0.0002}$$

$$A = \frac{0.84 + 0.15 + 0.54 + 0.36 + 0.06}{0.0052}$$

A = 375.00

SUPERFÍCIES DE TENDÊNCIA (1 e 2)





KRIGAGEM

- **método geoestatístico que leva em consideração as características espaciais de autocorrelação de variáveis regionalizadas**

- **nas variáveis regionalizadas deve existir uma certa continuidade espacial, o que permite que os dados obtidos por amostragem de certos pontos possam ser usados para parametrizar a estimação de pontos onde o valor da variável seja desconhecido**

- **ao ser constatado que a variável não possui continuidade espacial na área estudada, não há sentido lógico em estimar/interpolar usando-se a krigagem**

- **único meio disponível para se verificar a existência ou não de continuidade espacial é, se houver, a análise variográfica que determinará os parâmetros que caracterizam o comportamento regionalizado**

- **utiliza distâncias ponderadas e estimação por médias móveis pelo qual os pesos adequados são obtidos a partir de um variograma, representativo da média das diferenças ao quadrado dos valores irregularmente distribuídos de Zi a intervalos de distâncias especificados (lags)**

- **é necessário um sistema de equações normais em matrizes, no qual são usados os parâmetros variográficos para a obtenção dos pesos a serem utilizados para o cálculo do valor do ponto a ser estimado/interpolado**

- **quando um variograma é adequadamente elaborado, a estimativa por krigagem resultante é reconhecida como sendo a estimativa linear melhor e não tendenciosa (*BLUE = best, linear, unbiased estimate*)**

- **Variância da estimativa**
- **V* valor estimado para o verdadeiro V, a partir de valores adjacentes conhecidos**
-

$$V^* = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + \ldots + p_n x_n,$$

- **Associado a esse estimador há um erro ε=V-V***
  se diversas estimativas forem feitas a média de erros será zero.

- **Maneira mais simples de medir estatisticamente tal distribuição é pela variância; a variância, porém, não pode ser obtida porque não se conhece o valor real que está sendo estimando e, portanto, não se sabe também qual o erro associado.**

- **Variância dos erros: σ_ε^2 = desvios ao quadrado em relação ao erro médio = média de $(V-V^*)^2$.**

- **Para estimar a variância utilizar o semivariograma, em que são medidas as diferenças de valores ao quadrado.**

- **Num semivariograma, previamente calculado, dada uma distância *h* entre os pontos, pode-se estimar a variância simplesmente lendo o valor no eixo dos γ´s e multiplicando-o por 2**

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2\gamma(h)$$

KRIGAGEM ORDINÁRIA PARA A ESTIMATIVA DE UM PONTO

$$V^* = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \ldots p_nx_n$$

- **Se a soma dos pesos for igual a 1 e não ocorrer tendência local, esse estimador é o melhor e não tendencioso; a partir dos pesos atributos a cada amostra, minimizar a estimativa da variância.**

$$\partial\sigma^2_\varepsilon / \partial\lambda_i = 0 \quad , \qquad i = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ldots n$$

- **Para a estimativa de cada ponto S_0 obtém-se uma combinação linear dos valores dos pontos vizinhos com os respectivos pesos**

$$S_0 = \Sigma\lambda iSi$$

- **Construção de um sistema de n equações com n variáveis incógnitas (λ_1, λ_2, λ_3, ... λ_n). Havendo a restrição de que $\Sigma\lambda i=1$, passa-se a n+1 equações e introduz-se uma outra variável, também desconhecida, para balancear o sistema, o multiplicador de Lagrange, μ.**

$$\partial^2_\varepsilon - \lambda(\Sigma\lambda i - 1) = 0 \ , \ \text{se} \ \Sigma\lambda i - 1 = 0$$

- **Sistema de equações, com n+1 incógnitas, para a estimativa de um ponto (So):**

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar\gamma(S_1,S_1) & \bar\gamma(S_1,S_2) & \cdots & \bar\gamma(S_1,S_n) & 1 \\ \bar\gamma(S_2,S_1) & \bar\gamma(S_2,S_2) & \cdots & \bar\gamma(S_2,S_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \bar\gamma(S_n,S_1) & \bar\gamma(S_n,S_2) & \cdots & \bar\gamma(S_n,S_n) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{[S_i,S_i]} \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix}}_{[\lambda_i]} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar\gamma(S_1,S_0) \\ \bar\gamma(S_2,S_0) \\ \vdots \\ \bar\gamma(S_n,S_0) \\ 1 \end{bmatrix}}_{[S_i,S_o]}$$

- **Obtém-se os pesos λi e o multiplicador de Lagrange, μ, segundo:**

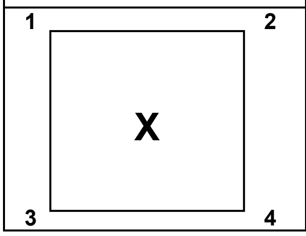
$$[\lambda i] = [Si,Si]^{-1} \cdot [Si,So]$$

- **Cálculo da variância associada ao valor obtido por estimativa (σ^2)**

$$\sigma^2 = \Sigma\lambda_i\bar\gamma(S_i,S_0) + \mu = [\lambda_i]'[S_i,S_0]$$

$[\lambda_i]'$ = vetor transposto com os pesos λ_i
$[S_i,S_0]$ = vetor com as médias dos semivariogramas entre cada valor estimador conhecido e o ponto (S_0), desconhecido a ser estimado.

EXEMPLO:



Ponto	x_i	y_i	valor
1	0	30	500
2	30	30	450
3	0	0	550
4	30	0	490
X	15	15	?

$D_{1,2}=D_{1,3}=D_{2,4}=D_{3,4} =$ **30km**;

$D_{1,4}=D_{2,3}=$**42,43km**;

$D_{1,X}=D_{2,X}=D_{3,X}=D_{4,X} =$ **21,21km**

O modelo linear: $\gamma = 5h$, fornece as semivariâncias:

21,21: 106,05 km^2

30,00: 150,00 km^2

42,43: 212,15 km^2

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 150 & 150 & 212,15 & 1 \\ 150 & 0 & 212,15 & 150 & 1 \\ 150 & 212,15 & 0 & 150 & 1 \\ 212,15 & 150 & 150 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{[A]} \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \mu \end{bmatrix}}_{[\lambda]} \begin{matrix} = \\ = \\ = \\ = \\ = \end{matrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 106,05 \\ 106,05 \\ 106,05 \\ 106,05 \\ 1 \end{bmatrix}}_{[B]}$$

$$[\lambda] = [A]^{-1}[B]$$

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} -0.00520 & 0.00285 & 0.00285 & 0.00049 & 0.25000 \\ 0.00285 & -0.00520 & -0.00049 & 0.00285 & 0.25000 \\ 0.00285 & -0.00049 & -0.00520 & 0.00285 & 0.25000 \\ -0.00049 & 0.00285 & 0.00285 & -0.00520 & 0.25000 \\ 0.25000 & .025000 & 0.25000 & 0.25000 & -128.03750 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 106,05 \\ 106,05 \\ 106,05 \\ 106,05 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ -21.987 \end{bmatrix}$$

$$z(x) = 0,25(500) + 0,25(450) + 0,25(550) + 0,25(450) = 497,50\text{m}$$

$$S_k^2 = 0,25(106,05) + 0,25(106,05) + 0,25(106,05) + 0,25(106,05) - 21,9875 = 84,063$$

S_k = 9,169

Intervalo de confiança: $\pm$ **9,.169 * 1,96=18 m.**

Estimativa do ponto X: 497,50m $\pm$ 18m

A metodologia geoestatística:

- **transforma observações geológicas em números**
- **estima distribuições espaciais**
- **interpola e extrapola valores em mapas**
- **quantifica erros**
- **analisa áreas de riscos**
- **orienta planos de amostragem**
- **integra diferentes tipos de dados**
- **modela processos geológicos**

- **não origina dados que sejam representativos**
- **não acrescenta dados que necessitam ser adicionados**
- **não economiza tempo e esforço**
- **não substitui o entendimento e julgamento especializados**
- **não é "caixa preta"**